

## 2022 年普通高等学校招生全国统一考试

数学

1. 2021 年普通高等学校招生全国统一考试 3 月 21 日在 R 上定义函数  $f(x) > f(x)$  且  $a$  为

实数，则

A.  $f(a) < e^a f(0)$

B.  $f(a) > e^a f(0)$

C.  $f(a) < \frac{f(0)}{e^a}$

D.  $f(a) > \frac{f(0)}{e^a}$

2. 2021-2022 年普通高等学校招生全国统一考试  $a > 0, b > 0$  且  $\sqrt{(a-2\sqrt{b})^2 + (\ln a - b)^2} + b$  的最小值为

A.  $\sqrt{2} - 1$

B.  $\sqrt{3} - 1$

C.  $\sqrt{2} + 1$

D.  $\sqrt{3} + 1$

3. 2021-2022 年普通高等学校招生全国统一考试  $f(x) = \cos^2 x \sin 2x$  在  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  上的最大值为

A.  $f(x)$  的最小值

B.  $f(x)$  在  $[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}]$  上的最大值

C.  $f(x)$  在  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  上的最大值

D.  $f(x)$  在  $[0, \pi]$  上的最大值  $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

4. 2021-2022 年普通高等学校招生全国统一考试  $l_1: y = m, l_2: y = \frac{1}{4m+1} (m > 0)$  与  $l_2, l_1$  围成的区域

$y = |\log_2 x|$  与  $C, A, B, D$  围成的区域  $4$  个区域  $C, A, B, D$  中  $x$  轴上方  $a, b$  满足  $\log_2 \frac{b}{a} = m$  的区域

为

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{1}{3}$

C.  $\frac{1}{4}$

D.  $\frac{1}{6}$

5. 2021 年普通高等学校招生全国统一考试 01 题  $a = 2^{\sqrt{3}}, b = \sqrt{3}, c = \log_2 3$  则  $a, b, c$  的大小关系为

A.  $b > a > c$

B.  $a > c > b$

C.  $a > b > c$

D.  $b > c > a$

6. 2017-2018 年普通高等学校招生全国统一考试理科数学第 12 题 B 选项

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + (4a-3)x + 3a, & x < 0, \\ \log_a(x+1) + 1, & x \geq 0 \end{cases} \quad a > 0, a \neq 1$$

若  $f(x)$  在  $\mathbb{R}$  上单调递增，则  $a$  的取值范围是

选项

A.  $\left(0, \frac{2}{3}\right]$       B.  $\left[\frac{2}{3}, \frac{3}{4}\right]$       C.  $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right] \cup \left\{\frac{3}{4}\right\}$       D.  $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right] \cup \left\{\frac{3}{4}\right\}$

7. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1, & x \leq 0, \\ \ln(x+1), & x > 0 \end{cases}$ ，则  $f(x)$  在  $\mathbb{R}$  上的最小值为

A.  $-\frac{1}{2}$       B.  $-\frac{1}{4}$       C.  $-\frac{1}{8}$       D.  $-\frac{1}{16}$

8. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1, & x \leq 0, \\ \ln(x+1), & x > 0 \end{cases}$ ，则  $f(x)$  在  $\mathbb{R}$  上的最小值为

A.  $-\frac{1}{2}$       B.  $-\frac{1}{4}$       C.  $-\frac{1}{8}$       D.  $-\frac{1}{16}$

9. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1, & x \leq 0, \\ \ln(x+1), & x > 0 \end{cases}$ ，则  $f(x)$  在  $\mathbb{R}$  上的最小值为

A.  $-\frac{1}{2}$       B.  $-\frac{1}{4}$       C.  $-\frac{1}{8}$       D.  $-\frac{1}{16}$

10. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1, & x \leq 0, \\ \ln(x+1), & x > 0 \end{cases}$ ，则  $f(x)$  在  $\mathbb{R}$  上的最小值为

A.  $-\frac{1}{2}$       B.  $-\frac{1}{4}$       C.  $-\frac{1}{8}$       D.  $-\frac{1}{16}$

A.  $(0, +\infty)$       B.  $(-\infty, 0)$       C.  $(-\infty, e)$       D.  $\left(\frac{1}{e}, +\infty\right)$

11. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1, & x \leq 0, \\ \ln(x+1), & x > 0 \end{cases}$ ，则  $f(x)$  在  $\mathbb{R}$  上的最小值为

A.  $-\frac{1}{2}$       B.  $-\frac{1}{4}$       C.  $-\frac{1}{8}$       D.  $-\frac{1}{16}$



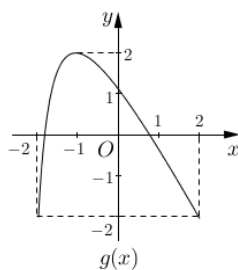
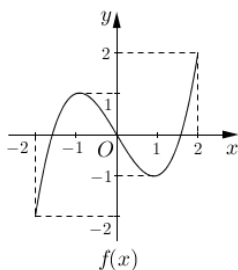
A  $\frac{40\sqrt{2}}{3}$

B 5

C  $\frac{17}{3}$

D  $\frac{20}{3}$

11 已知函数  $y=f(x)$  在  $[-2, 2]$  上的图像如图，则函数  $y=f(g(x))$  在  $[-2, 2]$  上的图像为



① 函数  $f(g(x))=0$  的零点个数为 6 ② 函数  $g(f(x))=0$  的零点个数为 3

③ 函数  $f(f(x))=0$  的零点个数为 5 ④ 函数  $g(g(x))=0$  的零点个数为 4

正确答案为

A 1

B 2

C 3

D 4

12 已知  $a, b \in \mathbb{R}$ ，且  $a+4b+5ab \leq 1$ ，则  $ab$  的最大值为

A  $\frac{1}{25}$

B  $\frac{1}{20}$

C  $\frac{1}{15}$

D  $\frac{1}{10}$

13 已知函数  $f(x)=ax-2$ ， $g(x)=e^x$ ，若方程  $y=f(x)$  与  $y=g(x)$  有且仅有一个公共点，则实数  $a$  的取值范围是

正确答案为

A  $\left(-\infty, \frac{e}{4}\right]$

B  $\left(-\infty, \frac{e}{2}\right]$

C  $(-\infty, e]$

D  $(-\infty, e^2]$

14 已知函数  $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2ax$ ， $g(x)=3a^2 \ln x$ ， $b \in \mathbb{R}$ ， $a > 0$ ，若方程  $y=f(x)$  与  $y=g(x)$  有且仅有一个公共点，则实数  $a$  的取值范围是

正确答案为

A  $y=f(x)$  与  $y=g(x)$  的图像关于  $y$ -轴对称

B  $b=\frac{3a^2}{2}+3a^2\ln a$

C  $a=\frac{3}{e}$  且  $b=1$

D  $b$  的取值范围是  $[-\frac{1}{6e^2}, \frac{1}{6e^2}]$

15 已知函数  $f(x)=\cos x$  在  $[\frac{2}{3}\pi, \pi]$  上的平均变化率为  $-\frac{1}{2}$

$\frac{1}{\omega}(\omega>0)$  是函数  $g(x)$  在  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上的最小值

A  $[\frac{4}{3}, \frac{8}{3}]$

B  $[\frac{1}{3}, \frac{5}{3}]$

C  $[\frac{4}{3}, +\infty)$

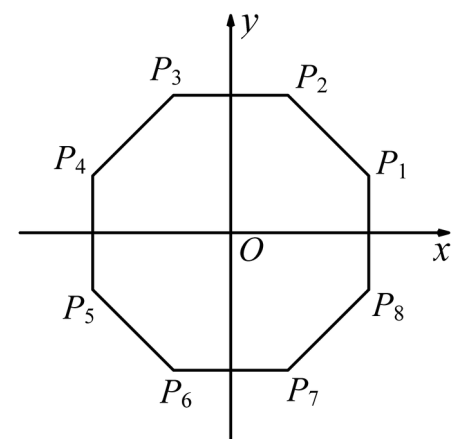
D  $[\frac{8}{3}, +\infty)$

16 已知函数  $f(x)=\cos x$  在  $[\frac{2}{3}\pi, \pi]$  上的平均变化率为  $-\frac{1}{2}$

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $O$  为坐标原点, 点  $P_1, P_2, \dots, P_8$  在单位圆上

$\overrightarrow{P_1P_8} \perp x$ -轴, 且  $M_1, M_2, \dots, M_8$  是  $OM_1 + OM_2 + \dots + OM_8 = \mathbf{0}$  的解, 其中  $1 \leq i, j \leq 8, i, j \in \mathbb{N}$

则  $M_1, M_2, \dots, M_8$  的取值范围是



A  $\frac{3}{5}$

B  $\frac{3}{7}$

C  $\frac{3}{8}$

D  $\frac{2}{7}$

17 已知函数  $f(x)=\begin{cases} -x^2+ax, & x \leq 1 \\ ax-1, & x > 1 \end{cases}$  且  $\exists x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2$  使得  $f(x_1)=f(x_2)$

$f(x_1)=f(x_2)$  且  $a$  的取值范围是

- A  $a > 2$                       B  $a < 2$                       C  $-2 < a < 2$                       D  $a < -2$  或  $a > 2$

18 已知函数  $f(x) = 3\sin 2x + 10\cos^2(x + 15^\circ)$  在区间  $[0, \pi]$  上的最大值为  $\frac{1}{2}$ ，则  $\sin 2\alpha$  的值为

- A  $[-\sqrt{19}, \sqrt{19}]$                       B  $[5 - \sqrt{19}, 5 + \sqrt{19}]$                       C  $[-\sqrt{34}, \sqrt{34}]$                       D  $[5 - \sqrt{34}, 5 + \sqrt{34}]$

19 已知函数  $f(x) = \log_2 x$ ， $g(x) = \frac{1}{x}$ ，若  $f(x) = g(x)$ ，则  $x$  的取值范围是

- A  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$                       B  $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$                       C  $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$                       D  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

20

- A  $5$                       B  $6$                       C  $7$                       D  $8$

21

已知  $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$ ，且  $2\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \sin \beta$ ，则  $\tan \alpha \tan \beta$  的取值范围是

- A  $[\frac{\tan \alpha \tan \beta}{16}, 16]$

- B  $[\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{8}, 8]$

- C  $\frac{\cos(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \sin \beta} + \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta} \in [\sqrt{2}, 1]$

- D  $-\frac{8}{15} \leq \tan(\alpha + \beta) < -\frac{1}{2}$

21 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \lg x, & x > 0 \\ x + 1, & x \leq 0 \end{cases}$ ，若  $g(x) = f(2 - x) + a$ ，则  $g(x)$  的取值范围是

7 已知  $a, b, c$  是正实数，且  $a + b + c = 1$ ，则  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$  的最小值为

- A  $0$                       B  $-\frac{1}{4}$                       C  $-\frac{1}{3}$                       D  $-\frac{1}{5}$

22 已知  $\triangle ABC$  中， $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ，且  $a, b, c$  成等差数列，则  $\sin A, \sin B, \sin C$  的取值范围是

$(b + c) : (c + a) : (a + b) = 4 : 5 : 6$ ，则  $\sin A, \sin B, \sin C$  的取值范围是

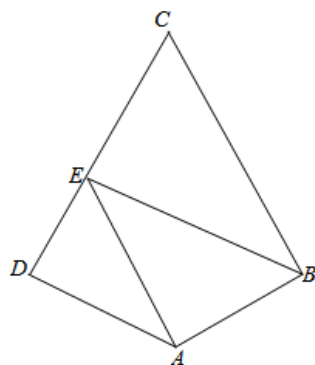
- A  $\sin A : \sin B : \sin C = 7 : 5 : 3$                       B  $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} > 0$

C  $c=6$   $\triangle ABC$   $\square$   $15$

D  $b+c=8$   $\triangle ABC$   $\square$   $\frac{7\sqrt{3}}{3}$

23  $\square$   $2021-2022$   $\square$   $ABCD$   $\square$   $AB \perp BC$   $\square$   $AD \perp CD$   $\square$

$\angle BAD = \frac{2\pi}{3}$   $\square$   $AB=AD=1$   $\square$   $E$   $CD$   $\square$   $EA \cdot EB$   $\square$



A  $4$

B  $\frac{9}{4}$

C  $3$

D  $\frac{21}{16}$

24  $\square$   $3.6$   $\square$   $2022$   $\square$   $y = f(x+2)$   $\square$   $f(3+x) = f(3-x)$   $\square$

$\square$   $x \in [0, 1]$   $\square$   $f(x) = 2^x + \log_4(x+1) - 1$   $\square$

A  $f(x)$   $\square$   $(-2, 0)$   $\square$

B  $f(x)$   $\square$   $(2, 0)$   $\square$

C  $f(2021) = 3 + \log_4 3$

D  $f(2021) = \frac{3}{2}$

25  $\square$   $2021$   $\square$   $3$   $\square$   $f(x) = e^{2x} - 8e^x + 6x$   $\square$   $y = f(x)$   $\square$   $P(x_0, f(x_0))$   $\square$

$\square$   $P$   $\square$   $x_0$   $\square$

A  $-\ln 2$

B  $\ln 2$

C  $\ln 4$

D  $\ln 5$

26  $\square$   $2020-2021$   $\square$   $4$   $\square$   $g(x) = 4\cos x \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$   $\square$

A  $g(x)$  的周期为  $\pi$

B  $g(x)$  在  $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{12}\right]$  上为增函数

C  $g(x)$  的图象关于直线  $y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 1$  对称

D  $\left(\frac{7\pi}{12}, 1\right)$  是  $g(x)$  的一个极值点

27. 已知函数  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d (a \neq 0)$  的图象如图

所示, 则下列结论中正确的是  $(x_0, f(x_0))$  是  $f(x)$  的一个极值点

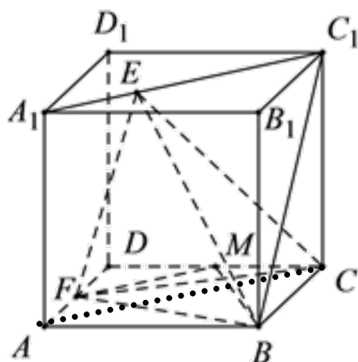
$f(x) = x^3 + ax^2 + x + b$  的图象在  $(-1, 2)$  上为增函数, 则  $a$  的取值范围是  $e^x - mx^e (\ln x + 1) \geq f(x) - x^3 - 3x^2 + e$  对  $x \in (1, +\infty)$  恒成立

□

A  $a=3$  B  $b=1$  C  $m$  的取值范围是  $e$  D  $m$  的取值范围是  $\frac{1}{e}$

28. 如图, 在四棱锥  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中, 底面  $ABCD$  是正方形, 侧棱  $AA_1 \perp$  底面  $ABCD$ , 且  $AA_1 = AB$ . 点  $E$  是  $AA_1$  的中点, 点  $F$  是  $BC$  的中点, 点  $M$  是  $CC_1$  的中点.

求证:  $AD \perp CD$



A  $FM \parallel A_1C_1$

B  $BM \perp$  平面  $CC_1F$

C 选项  $E \parallel$  选项  $BEF \parallel$  选项  $CC_1D_1D$  D 选项  $B-CEF$  选项

29 2020 选项  $f(x) = e^x - e^{-x}$  选项  $g(x) = e^x + e^{-x}$  选项

A 选项  $x_1, x_2 \in \mathbf{R}, x_1 \neq x_2$  选项  $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$

B 选项  $x_1, x_2 \in \mathbf{R}, x_1 \neq x_2$  选项  $\frac{g(x_1) - g(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$

C 选项  $f(x)$  选项

D 选项  $g(x)$  选项

选项

30 选项  $f(x) = \frac{e^x}{x}$  选项  $m \in \mathbf{R}$  选项

$f(x) < 0$  选项  $(0, +\infty)$  选项  $m$  选项

31 选项  $P-ABC$  选项  $O$  选项  $AB=2\sqrt{6}$  选项  $BC=1$  选项

$AC=5$  选项  $PAB$  选项  $P$  选项  $PAB \perp$  选项  $ABC$  选项  $O$  选项

32 选项  $l$  选项  $C: y^2 = x$  选项  $A$  选项  $B$  选项  $AB$  选项  $y=1$  选项

选项  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 2$  选项  $O$  选项  $\triangle AOB$  选项

33 选项  $a, b$  选项  $a = e^{2024 \cdot a}$  选项  $2021 + \ln b = e^{b \cdot \ln b}$  选项  $ab =$  选项

选项

34 选项  $\left(x - \frac{2}{x^3}\right)^4$  选项

35 2011 选项  $ABC$  选项  $A, B, C$  选项  $a, b, c$  选项

选项  $\sin A = \sqrt{3} \sin C$  选项  $B = 30^\circ$  选项  $b = 2$  选项  $ABC$  选项



36. 2016 年，函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x, & x \leq a \\ -2x, & x > a \end{cases}$

- ① 若  $a=0$ ，则  $f(x)$  的值为 \_\_\_\_\_  
 ② 若  $f(x)$  的值域为  $a$ ，则  $a$  的值为 \_\_\_\_\_.

37. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = \frac{3\pi}{8}$

$f(x) = \sin 2x + 2\cos^2 x$ ， $b_n = f(a_n)$ ，则  $b_n$  的值为 \_\_\_\_\_.

38. 2021-2022 年 9 月，在  $P-ABC$  中， $\triangle ABC$  与  $\triangle PBC$  的面积之比为  $2\sqrt{3}$

$PA = 3\sqrt{2}$ ， $M$  为  $P-ABC$  的棱  $AB$  的中点，则  $M$  到  $ABC$  的距离为 \_\_\_\_\_.

39. 2019-2020 年，在  $T$  中，

已知  $T$  的面积为 240，且  $x, y$  满足  $(x, y)$

1. 在  $(x, y)$  中， $m$  为  $m$  的  $\pi$  的  $m=68$  的  $T$  的 \_\_\_\_\_  
 \_

40. 2016 年，函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3, & x \leq 0 \\ -x^2 - 2x + 3, & x > 0 \end{cases}$  且  $x \in [a, a+1]$  的值为

$f(x+a) \geq f(2a-x)$ ，则  $a$  的值为 \_\_\_\_\_.

41. 2022 年，已知  $A = \{x | x^2 + 2x - 3 > 0\}$ ， $B = \{x | x^2 - 2ax - 1 \leq 0, a > 0\}$

若  $A \cap B$  有 2 个元素，则  $a$  的值为 \_\_\_\_\_.

42. 2022 年，已知  $f(x) = \sqrt{x-a}$ ， $x_0$  为  $f(x)$  的零点， $a$  的值为 \_\_\_\_\_.

43. 2020-2021 年，已知  $f(x) = \begin{cases} 2 + 3\ln x, & x \geq 1 \\ x + 1, & x < 1 \end{cases}$  且  $m \neq n$

$$f(m) + f(n) = 4 \quad m + n \quad \text{_____}$$

44. 2019 年 6 月 18 日，某市举行了 2019 年全市中考数学考试，试卷中有一道选择题，其选项如下：

$$0.618 \quad m = 2\sin 18^\circ \quad m^2 + n = 4 \quad \frac{m + \sqrt{n}}{\sin 63^\circ} = \text{_____}.$$

$$45. \text{ 2021-2022 年，某市举行了 2021-2022 年全市中考数学考试，试卷中有一道选择题，其选项如下：} \quad f(x) = (x^2 - 3)e^x \quad x \quad f^2(x) - mf(x) + 1 =$$

$$0 \quad m \quad \text{_____}$$

46. 2020 年 6 月 18 日，某市举行了 2020 年全市中考数学考试，试卷中有一道选择题，其选项如下：

$$A = \{ (m_1, m_2, m_3) \mid m_i \in \{-2, 0, 2\}, i \in \{1, 2, 3\} \} \quad A \quad "2 \leq |m_1| + |m_2| + |m_3| \leq 5" \quad \text{_____}.$$

$$47. \text{ 2021-2022 年，某市举行了 2021-2022 年全市中考数学考试，试卷中有一道选择题，其选项如下：} \quad h(x) = e^x - x^e (x > 0) \quad e \quad \text{_____}$$

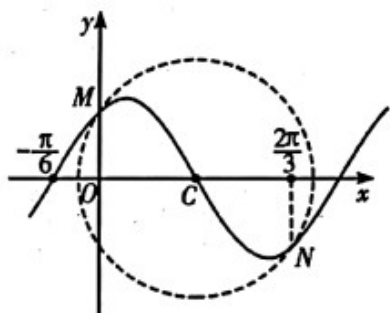
$$\text{_____}$$

$$\textcircled{1} \quad h(x) \quad x=1 \quad \text{_____} \quad \textcircled{2} \quad h(x) \quad (e+\infty) \quad \text{_____}$$

$$\textcircled{3} \quad h(x) \quad (1, e) \quad \text{_____} \quad \textcircled{4} \quad h(x) \quad 0 \quad \text{_____}$$

$$48. \text{ 2021-2022 年，某市举行了 2021-2022 年全市中考数学考试，试卷中有一道选择题，其选项如下：} \quad f(x) = \frac{\sqrt{3}\pi}{6} \sin(\omega x + \varphi) (A > 0, 0 < \varphi < \pi) \quad \text{_____}$$

$$\text{_____} \quad C \quad f(x) \quad M \quad N \quad M \quad Y \quad f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \text{_____}$$



\_\_\_\_\_

49 2021-2022  $f(x) = \frac{2}{4^x + 1} + 2\sin x - 3x$   $f(2) + f(-2) = \underline{\hspace{2cm}}$

$f(x) + f(2x^2 - 3) \geq 2$   $x$   $\underline{\hspace{2cm}}$

50 2018  $\lambda \in \mathbb{R}$   $f(x) = \begin{cases} x - 4, & x \geq \lambda \\ x^2 - 4x + 3, & x < \lambda \end{cases}$   $\lambda = 2$   $f(x) < 0$   $\underline{\hspace{2cm}}$

$f(x) \geq 2$   $\lambda$   $\underline{\hspace{2cm}}$

